SchoolEasy

Appunti facili per tutti

www.schooleasy.it
lamatematicapertutti
t.me/schooleasy
info@schooleasy.it
meccanica@schooleasy.it

Dinamica

DINAMICA

LEGGI DELLA DINAMICA

1. Un corpo resta nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme fino a che non intervengono cause esterne a parturbarne lo stato

2. Una forza applicata ad un corpo imprime una accelerazione proporzionale all’intensità della forza stessa e orientata nella stessa direzione [$F=m \cdot a$]

3. Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria

DINAMICA

IL TEOREMA DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Partendo dalla II^ legge della dinamica $F = m\,a$ moltiplichiamo entrambi i termini per il tempo t → $\boldsymbol{F \cdot t = m \cdot a \cdot t}$ **.** Ricordando che nel M.R.U. $\boldsymbol{v = a \cdot t}$, possiamo anche scrivere $\boldsymbol{F \cdot t = m \cdot v}$

?Come possiamo fare affinché un corpo di massa **m** raggiunga una velocità **v**?

1) possiamo spingere il corpo imprimendo una **F=cost** per un lungo tempo **t**

2)possiamo imprimere una spinta molto intensa per un tempo breve

Poiché otteniamo lo stesso risultato a prescindere dall'intensità della forza, possiamo dire che il prodotto $\boldsymbol{I = F \cdot t}$ è ciò su cui dobbiamo lavorare. **I** prende il nome di **impulso**

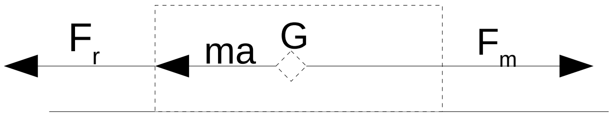
Infine
$$\begin{cases} F \cdot t = m \cdot a \cdot t \\ a = \dfrac{v - v_0}{t} \end{cases} \Rightarrow F \cdot t = mv - mv_0$$

DINAMICA

IL PRINCIPIO DI D'ALEMBERT

Riprendiamo la II^ legge della dinamica **F = m·a** e ricordiamo che **F** indica la risultante di tutte le forze esterne ageti sul corpo. Entriamo nel dettaglio...

Supponiamo per semplicità che un corpo soggetto a due forze: motrice e resistente.



$$F_m = m\cdot a + F_r \Rightarrow F_m - F_r - m\cdot a = 0$$

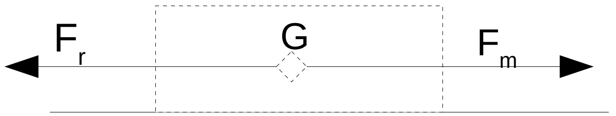
Il prodotto **m·a** per omogeneità dimensionale è una forza e prende il nome di *Forza di Inerzia*

Il Principio di D'Alembert afferma che: *in un corpo rigido in moto, le forze agenti, le forze resistenti e le forze di inerzia si equilibrano in ogni istante*

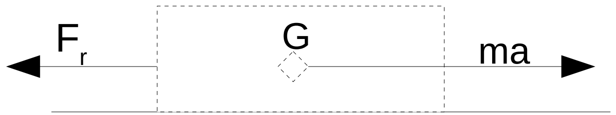
DINAMICA

IL PRINCIPIO DI D'ALEMBERT :
Casi particolari

1) M.R.U $a=0 \Rightarrow F_m = F_r$

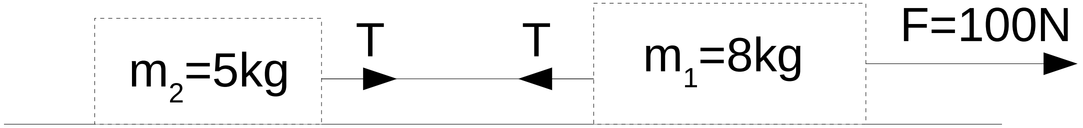


2) Assenza di Forza motrice $F_r = m \cdot a$



DINAMICA

Esempio



Moto uniformemente accelerato

T?

s? (dopo 10 secondi)

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow F - T = m_1 \cdot a_1 \\ 2 &\rightarrow T - m_2 \cdot a_2 = 0 \end{aligned} \qquad a_1 = a_2 = a \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} 1 &\rightarrow F - T = m_1 \cdot a \\ 2 &\rightarrow T = m_2 \cdot a \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad F = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{100}{13} = 7.70 \, \frac{m}{s^2}$$

È possibile ricavare T da una delle due equazioni precedenti

$$F - m_1 \cdot a = T \Rightarrow 100 - 8 \cdot 7.70 = 38.4 \, N$$

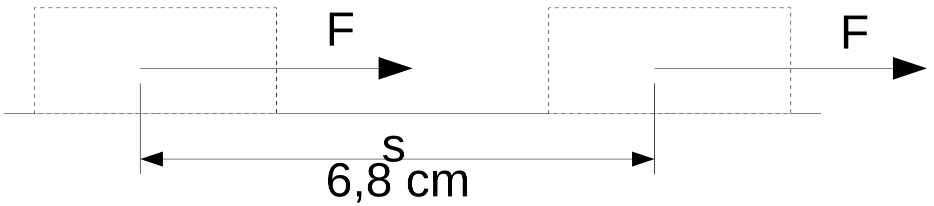
Per ricavare **s** ricorriamo alle formule del MUA

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 7.7 \cdot 10^2 = 385 \, m$$

DINAMICA

LAVORO

Def: prodotto dell'intensità della componente della forza F (nella direzione del moto) per lo spostamento del suo punto di applicazione



$$L = F \cdot s$$

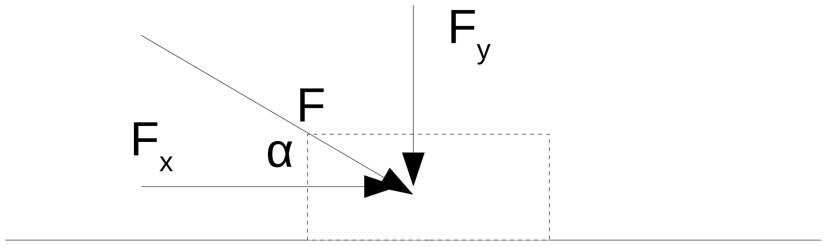
Più nel dettaglio il lavoro può essere compiuto delle forze motrici (lavoro motore), dalle forze resistenti (lavoro resistente)

$$L_m = F_m \cdot s$$
$$L_r = -F_r \cdot s$$
$$L_m = -L_r$$

DINAMICA

LAVORO

Def: prodotto dell'intensità della componente della forza F (nella direzione del moto) per lo spostamento del suo punto di applicazione



$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$
$$F_y = F \cdot \sin\alpha$$

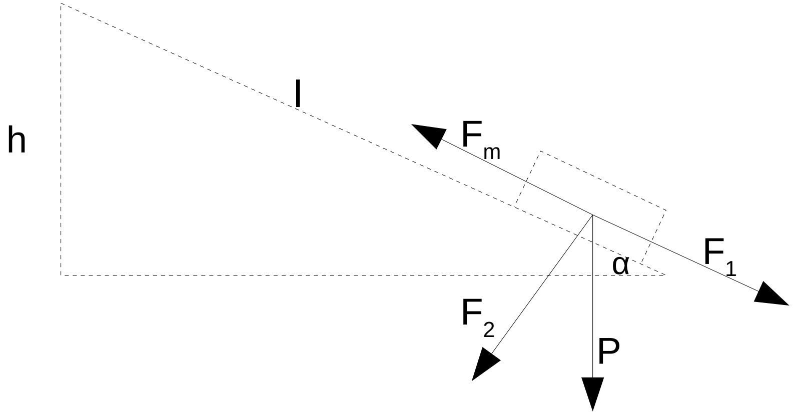
$$L = F_x \cdot s = F \cdot \cos\alpha \cdot s$$

Unità di misura del lavoro – Joule [J]

DINAMICA

LAVORO

Cosa succede se lavoriamo su un piano inclinato?



Dobbiamo applicare una forza F_m che vinca la F_1. Ricordando i teoremi sui triangoli rettangoli, $\mathbf{F_1 = P\cos\alpha}$. Per sollevare il corpo dobbiamo compiere un lavoro pari a $\mathbf{F_m \cdot l}$

DINAMICA

POTENZA

Definiamo potenza sviluppata da una forza il rapporto tra il lavoro compiuto dalla forza stessa ed il tempo t impiegato a compierlo

$$P = \frac{L}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v_m$$

Per un MUA: $v_m = \frac{v_0 + v_1}{2}$

Unità di misura della Potenza– Watt [W]

DINAMICA

IL TEOREMA DELLE FORZE VIVE

Ipotesi: corpo in quiete su cui agisce una forza **F** per un tempo **t**.
Noto il lavoro **L**, che velocità **v** avrà il corpo trascorso il tempo **t**?

Come procediamo? Richiamiamo alcune relazioni già viste:

$$L = F \cdot s$$
$$F = m \cdot a$$
$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Mettendo tutto insieme…. $L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot t^2$

O più semplicemente $L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

DINAMICA

IL TEOREMA DELLE FORZE VIVE

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Il termine a destra dell'uguale prende il nome di **Energia cinetica (del corpo)**

$$L = E_c$$

Generalizzando il concetto ad un corpo in moto con velocità iniziale v_0, possiamo riscrivere l'equazione appena vista come

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{2} \cdot m \left(v^2 - v_0^2 \right)$$

Questa equazione rappresenta l'espressione del *teorema delle forze vive*

DINAMICA

IL TEOREMA DELLE FORZE VIVE

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Il termine a destra dell'uguale prende il nome di **Energia cinetica (del corpo)**

$$L = E_c$$

Quindi possiamo anche concludere che: **il lavoro compiuto dalla forza F applicata al corpo per un generico tempo t si trasforma in energia cinetica**

DINAMICA

Abbiamo introdotto il concetto di energia cinetica. Ma come possiamo definire l'energia? Quali "energie" troviamo in meccanica?

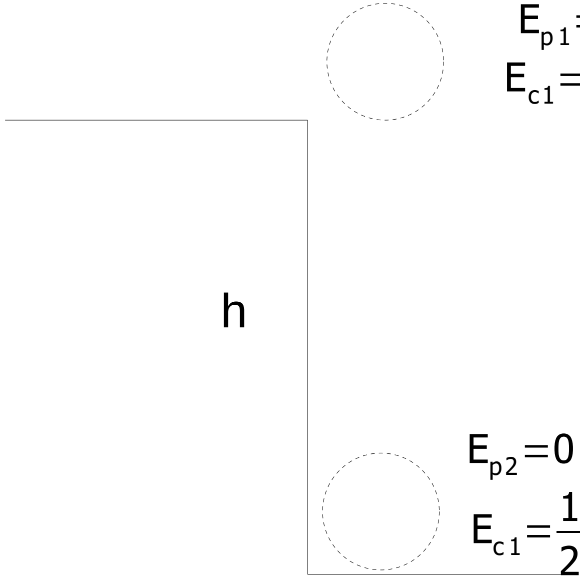
L'Energia è la *"Capacità che un corpo o un sistema di corpi ha di compiere lavoro, sia come energia in atto, cioè che opera nel processo in cui si produce un lavoro ed è a esso commisurata, sia come energia potenziale, suscettibile di tradursi in atto attraverso opportune, varie trasformazioni" [Treccani]*

Dimensionalmente coincide con il lavoro, quindi si esprime in joule [J]

DINAMICA

ESEMPIO

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h$$
$$E_{c1} = 0 \, (v = 0)$$



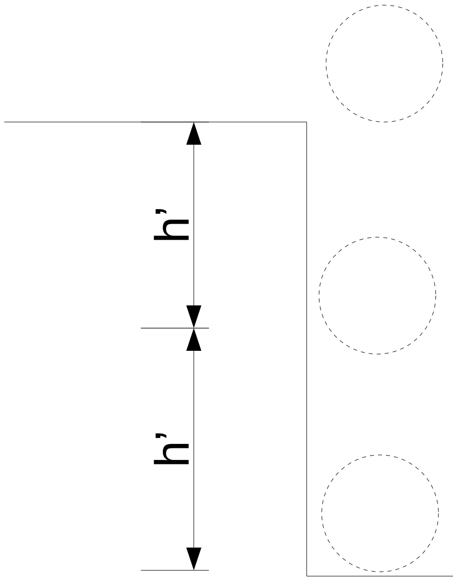
$$E_{p2} = 0 \, (h = 0)$$
$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Cosa succede in un punto intermedio?

$$E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2}$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

DINAMICA

ESEMPIO



$$E_{p1}=m\cdot g\cdot h$$
$$E_{c1}=0\,(v=0)$$

$$E_p'=m\cdot g\cdot(h-h')$$

$$E_{p2}=0\,(h=0)$$
$$E_{c1}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

$$h'=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$$
$$\downarrow$$
$$E_p'=m\cdot g\cdot h-m\cdot\frac{1}{2}\cdot g^2\cdot t^2$$
$$\downarrow$$
$$\mathbf{E_p'=m\cdot g\cdot h-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2}$$

$$\mathbf{E_p'=m\cdot g\cdot h-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2}$$ **Principio di conservazione dell’energia**

La somma dell’energia cinetica e dell’energia potenziale possedute da un corpo è costante

SchoolEasy

Appunti facili per tutti

www.schooleasy.it

lamatematicapertutti

t.me/schooleasy

info@schooleasy.it

meccanica@schooleasy.it

Dinamica