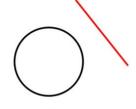


Quali posizioni possono assumere circonferenze e rette?

Retta esterna alla circonferenza



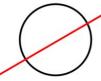
Nessun punto in comune, d>r

Retta tangente alla circonferenza



1 punto in comune, d=r

Retta secante la circonferenza



2 punti in comune, d<r

Come troviamo gli eventuali punti in comune?

Mettendo a sistema le due equazioni e risolvendo con il metodo di sostituzione.

 Δ =0 \rightarrow 1 punto in comune \rightarrow tangente

 $\Delta > 0 \rightarrow 2$ punti in comune \rightarrow secante

 Δ <0 \rightarrow 0 punti in comune \rightarrow esterna

Esempio

$$C: x^2+y^2+4x-2y=0$$

r:x+3y+4=0

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0 \\ x + 3y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0 \\ y = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0 \\ x + 3y + 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0 \\ y = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x \end{cases} \begin{cases} x^2 + \left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x\right)^2 + 4x - 2\left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x\right) = 0 \\ y = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 x^2 + 50 x + 40 = 0 \\ y = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} x \end{cases}$$

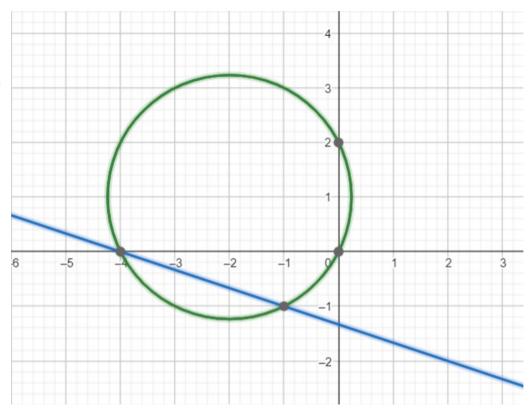
$$\begin{cases} x_1 = -1, x_2 = -4 \\ y_1 = -1, y_2 = 0 \end{cases}$$

2 punti in comune → retta secante

Esempio

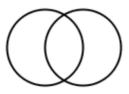
 $C: x^2+y^2+4x-2y=0$

r:x+3y+4=0



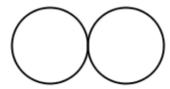
Quali posizioni possono assumere tra di loro due circonferenze?

Secanti, 2 punti in comune



Δ>0

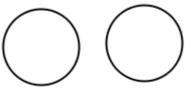
Tangenti, 1 punto in comune



Δ=0

$$\begin{cases} x^2+y^2+ax+by+c=0\\ x^2+y^2+a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$$

Esterne, 0 punti in comune



Δ<0

Quali posizioni possono assumere tra di loro due circonferenze?

Concentriche



a'=a b'=b

Una interna all'altra



Nel caso in cui $a\neq a'$ e $b\neq b'$ possiamo applicare il metodo di riduzione ottenendo una equazione del tipo

$$(a-a')x+(b-b')y+(c-c')=0$$

che rappresenta l'equazione di una retta detta asse radicale.

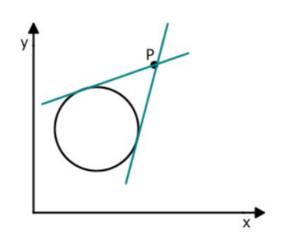
In caso di circonferenze secanti, l'asse radicale passa per i due punti di contatto, oppure per l'unico punto in caso di circonferenze tangenti.

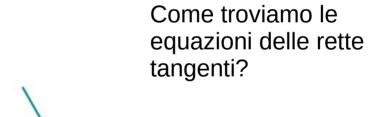
Assegnato un punto $P(x_0,y_0)$ ed una circonferenza $x^2+y^2+ax+by+c=0$ sono possibili tre situazioni

P è esterno alla circonferenza

P appartiene alla circonferenza

P è interno alla circonferenza





Opzione 1

$$\begin{cases} y - y_0 = m(x - x_0) \\ x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \end{cases} \quad \Delta = 0$$

Opzione 2

Si impone che la distanza tra C e le rette per P sia uguale al raggio

Opzione 3

Solo se P appartiene alla circonferenza, possiamo trovare l'equazione della retta perpendicolare al raggio PC della circonferenza

Esempio

Determinare l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto P

$$\begin{cases} y - y_0 = m(x - x_0) & y - (-6) = m(x - 2) \\ x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 & x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - (-6) = m(x-2) \\ x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_{P} - y_{C}}{x_{P} - x_{C}}$$

$$m = \frac{-6 - (-3)}{2 - 2}$$

$$y = -6$$

$$x^2+y^2-4x+6y+4=0$$

P(2;-6)

