

SCHOOLEASY

APPUNTI FACILI PER TUTTI



WWW.SCHOOLEASY.IT



LAMATEMATICAPERTUTTI



T.ME/SCHOOLEASY



INFO@SCHOOLEASY.IT



SCHOOLEASY

Equazioni goniometriche

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$\sin x = \sqrt{3/2}$$

$$\begin{cases} aY + bX + c = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

Equazione che contiene almeno una funzione goniometrica (sin, cos, tang,...) dell'incognita

$$3 \sin x - 1 = 0$$

$$\cos x + \sqrt{3} = 0$$

$$\operatorname{tg} x - 4 = 0$$

SI!

$$4 \cos \frac{\pi}{4} + x = 0$$

NO!

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

Le equazioni goniometriche che vedremo possono riassumersi in:

- equazioni elementari
- equazioni lineari in seno e coseno
- equazioni omogenee in seno e coseno
 - di secondo grado
 - riconducibili a omogenee di secondo grado

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

1. EQUAZIONI ELEMENTARI

$$\sin x = a \quad -1 \leq a \leq 1$$

$$\cos x = b \quad -1 \leq b \leq 1$$

$$\operatorname{tg} x = c$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

1. EQUAZIONI ELEMENTARI

$$\sin x = \sqrt{3}/2$$

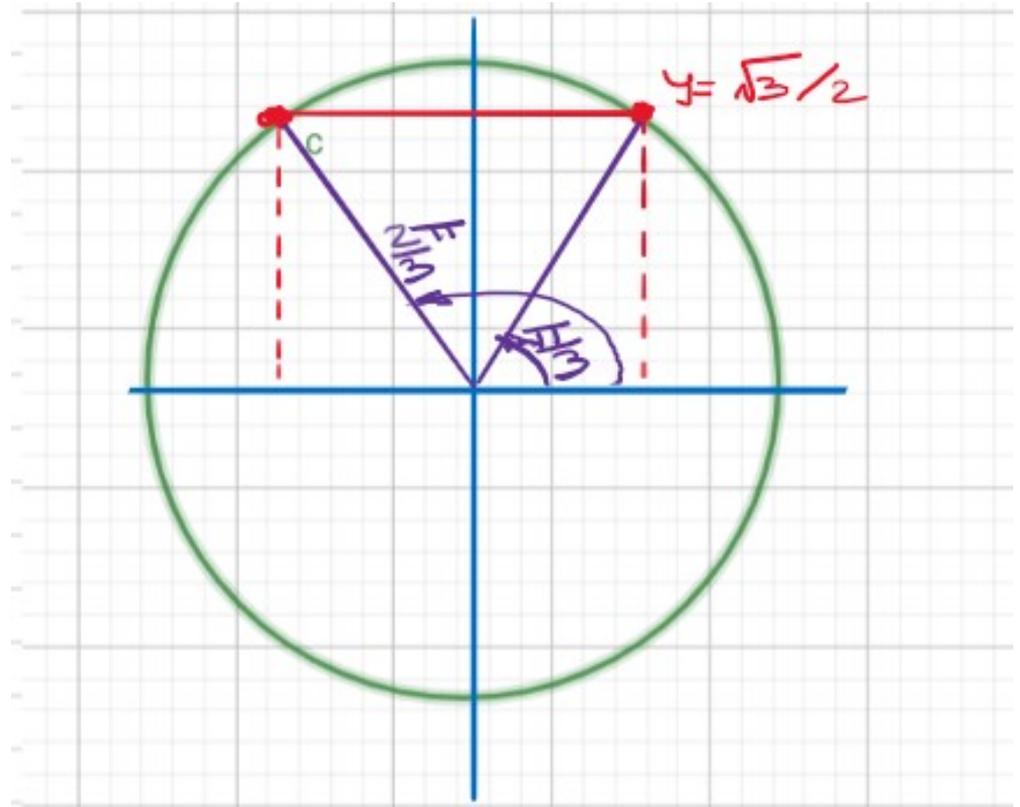
Si traccia la retta che interseca l'asse del seno al valore $\sqrt{3}/2$

Si determinano sull'asse del *coseno* i punti corrispondenti

Si indentificano gli angoli che hanno seno uguale al valore indicato

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$



EQUAZIONI GONIOMETRICHE

1. EQUAZIONI ELEMENTARI

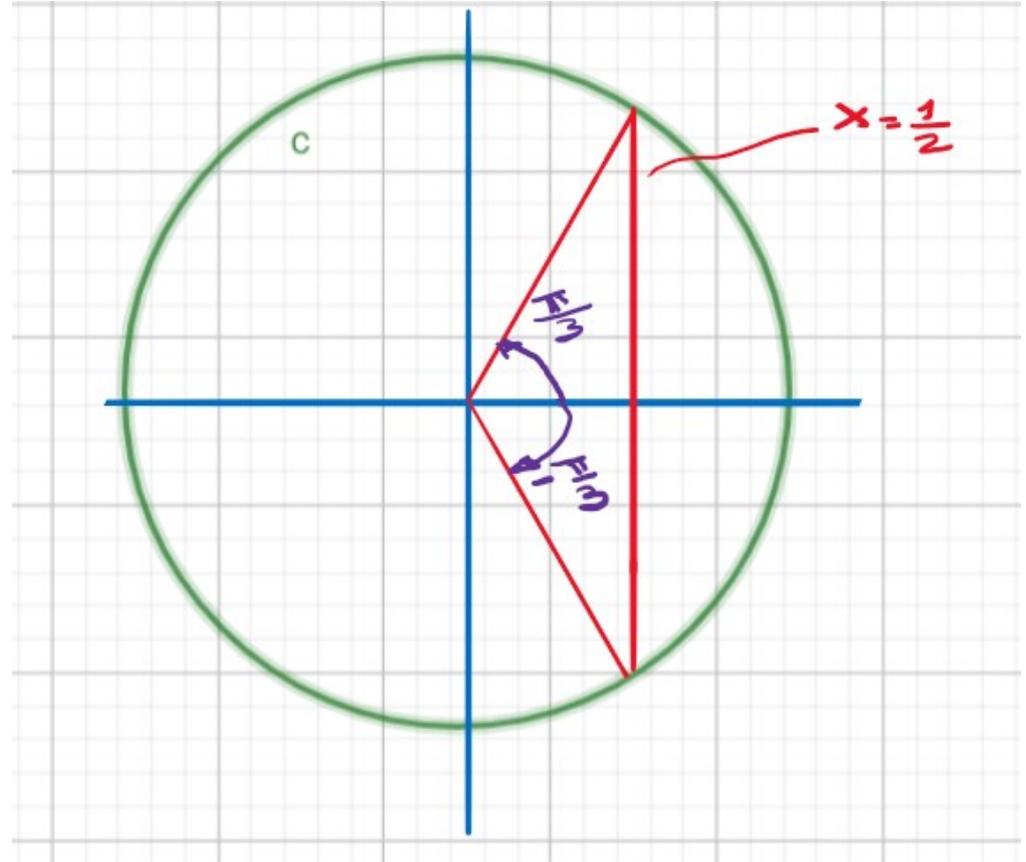
$$\cos x = 1/2$$

Si traccia la retta che interseca l'asse del coseno al valore 1/2

Si determinano sull'asse del seno i punti corrispondenti

Si indentificano gli angoli che hanno coseno uguale al valore indicato

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$



EQUAZIONI GONIOMETRICHE

1. EQUAZIONI ELEMENTARI

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

La tangente è definita per ogni valore, per cui possiamo subito determinare il valore dell'incognita

$$x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Nel caso in cui l'angolo non sia tra quelli "noti" è possibile ricavarne il valore utilizzando la funzione inversa

$$\operatorname{tg} x = 2 \quad \longrightarrow \quad x = \operatorname{arctg}(2) \sim 63.4^\circ$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

1. EQUAZIONI ELEMENTARI

Un ragionamento analogo è possibile farlo anche per *seno* e *coseno*

$$\sin x = -\frac{4}{7}$$

$$x = \arcsin -\frac{4}{7} \sim (-35^\circ)$$

$$4 \cos x = 3$$

$$\cos x = \frac{3}{4}$$

$$x = \arccos(3/4) \sim 41.4^\circ$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

2. EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a, b \neq 0$$

Caso $c = 0$

$$\frac{a \cdot \sin x}{\cos x} + \frac{b \cdot \cos x}{\cos x} = 0 \quad \longrightarrow \quad a \cdot \tan x + b = 0 \quad \longrightarrow \quad \tan x = -\frac{b}{a}$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

2. EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a, b \neq 0$$

Esempio:

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sqrt{3} \cos x}{\cos x} = 0$$



$$\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$$



$$x = \frac{\pi}{3} + k \pi$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

2. EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a, b \neq 0$$

Caso $c \neq 0$

Si utilizza il metodo grafico, ricorrendo ad un sistema di due equazioni

$$\begin{cases} a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0 \\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a Y + b X + c = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$

$$X = \cos x$$

$$Y = \sin x$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

2. EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

Esempio:

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2$$

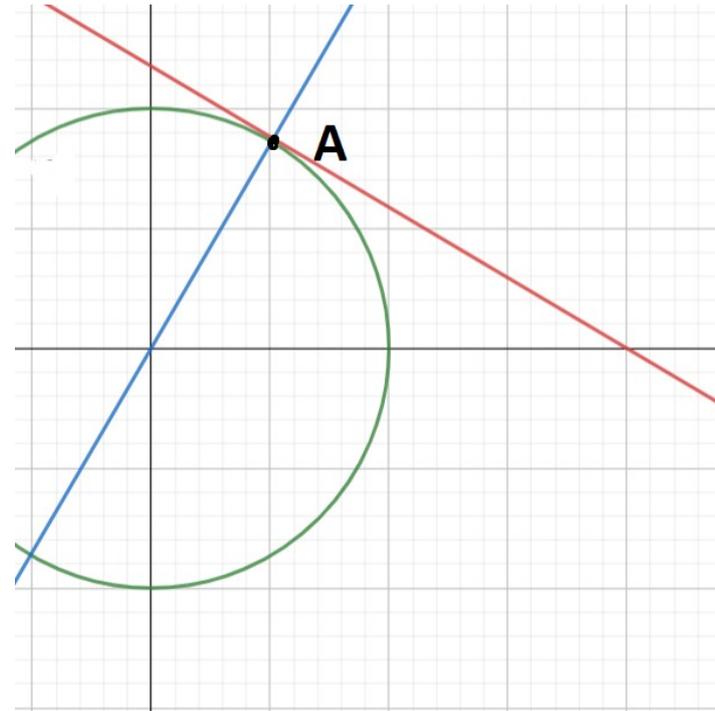
$$\begin{cases} \sqrt{3}\sin x + \cos x = 2 \\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \sqrt{3}Y + X = 2 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} X = \frac{1}{2} \\ Y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

2. EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$$A = \begin{cases} X = \frac{1}{2} \\ Y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$



EQUAZIONI GONIOMETRICHE

3. EQUAZIONI OMOGENEE DI SECONDO GRADO

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a, b, c \neq 0$$

$$\frac{a \cdot \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{b \cdot \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{c \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$



$$a \cdot \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$$

Equazione di II° grado in $\operatorname{tg} x$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

3. EQUAZIONI OMOGENEE DI SECONDO GRADO

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a, b, c \neq 0$$

Esempio:

$$\sin^2 x - (1 + \sqrt{3}) \cdot \sin x \cos x + \sqrt{3} \cdot \cos^2 x = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{(1 + \sqrt{3}) \cdot \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3} \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x = 1 \\ \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \end{cases} \quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

3. EQUAZIONI RICONDUCIBILI AD OMOGENEE DI SECONDO GRADO

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cos x + c \cdot \cos^2 x = d \quad d \neq 0$$

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cos x + c \cdot \cos^2 x = d(\cos^2 x + \sin^2 x)$$

$$(a - d) \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cos x + (c - d) \cdot \cos^2 x = 0$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

3. EQUAZIONI RICONDUCEBILI AD OMOGENEE DI SECONDO GRADO

Esempio

$$2\sqrt{3}\sin^2 x - \sin x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}\sin^2 x - \sin x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{3}(\cos^2 x + \sin^2 x)$$

$$\sqrt{3}\sin^2 x - \sin x \cos x = 0$$

$$x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

SCHOOLEASY

APPUNTI FACILI PER TUTTI



WWW.SCHOOLEASY.IT



[LAMATEMATICAPERTUTTI](https://www.instagram.com/LAMATEMATICAPERTUTTI)



[T.ME/SCHOOLEASY](https://t.me/SCHOOLEASY)



INFO@SCHOOLEASY.IT



[SCHOOLEASY](https://www.youtube.com/SCHOOLEASY)

Equazioni goniometriche

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$\sin x = \sqrt{3/2}$$

$$\begin{cases} aY + bX + c = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$