SchoolEasy

Appunti facili per tutti

www.schooleasy.it

lamatematicapertutti

t.me/schooleasy

info@schooleasy.it

Schooleasy

Equazioni di grado superiore al secondo

$$2x^3-10x^2+9x+9=0$$

$$8x^6+15x^3-2=0$$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

In questa lezione tratteremo le equazioni di grado superiore al secondo, dove

$$P(x) = 0, \; P(x) \text{ è un polinomio di grado } > 2$$

Vedremo alcune possibili strade:

1. SCOMPOSIZIONE IN FATTORI
- scomposizione in fattori con raccoglimenti
- scomposizione in fattore con Ruffini

2. CASI PARTICOLARI
- equazioni binomie
- equazioni tronomie

EQUAZIONI DI GRADO > 2

1. Raccoglimento in fattori

Questo procedimento è utile quando riusciamo a “vedere” all’interno del polinomio la possibilità di raccogliere alcuni fattori comuni

$$3x^4+6x^3-x^2-2x=0 \quad \Rightarrow \quad x(3x^3+6x^2-x-2)=0 \quad \Rightarrow \quad x[3x^2(x+2)-(x+2)] \quad \Rightarrow$$

$$x(x+2)(3x^2-1)=0$$

$$x=0, \quad x=-2, \quad x=\pm\frac{1}{\sqrt{(3)}}$$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

2. Teorema di Ruffini

$P(x) = px^n + \ldots\ldots + q$, cerchiamo gli zeri della funzione scrivendo i divisori del termine noto *q* e del termine di *grado maggiore* e verifichiamo se annullano il polinomio

$$2x^3-10x^2+9x+9=0$$

$$\textbf{divisori di 9}: \ \pm1,\pm3,\pm9$$
$$\textbf{divisori di 2}: \ \pm1,\pm2$$

$$\textbf{possibili zeri}: \pm1,\pm3,\pm9,\pm\frac{9}{2},\pm\frac{1}{2},\pm\frac{3}{2}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{1})=2\cdot1^3-10\cdot1^2+9\cdot1+9=10$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{3})=2\cdot3^3-10\cdot3^2+9\cdot3+9=0$$

	2	-10	9	9
3		6	-12	-9
	2	-4	-3	0

$$2x^3-10x^2+9x+9=(x-3)(2x^2-4x-3)$$

$$x=3$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

3. Casi particolari

$ax^n+b=0 \qquad a, b \in R, a \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x^n = -\frac{b}{a}$

n pari

$-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \text{impossibile} \qquad 3x^2+4=0 \quad \Rightarrow \quad x^2=-\frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad x=\pm\sqrt{-\frac{4}{3}}$

$-\frac{b}{a} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm\sqrt[n]{-\frac{b}{a}} \qquad 6x^4-4=0 \quad \Rightarrow \quad 6x^4=4 \quad \Rightarrow \quad x=\sqrt[4]{\frac{4}{6}}$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

3. Casi particolari

$ax^n+b=0 \qquad a,b \in R, a \neq 0 \qquad \Rightarrow \qquad x^n=-\frac{b}{a}$

n dispari

L'esponente dispari, e quindi l'indice di radice, ci **semplifica** notevolmente le cose.

Infatti ricordando le regole delle **condizioni di esistenza**, possiamo scrivere la soluzione come:

$$x=\sqrt[n]{\frac{b}{a}}$$

$2x^3+5=0 \quad \Rightarrow \quad 2x^3=-5 \quad \Rightarrow \quad x=\sqrt[3]{-\frac{5}{2}}$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

3. Casi particolari

$ax^{2n}+bx^{n}+c=0$ $\quad a,b,c \in R \wedge a\neq 0$

Sostituiamo $t=x^n$ $\longrightarrow$ $at^2+bt+c=0$ Cioè una semplice equazione di secondo grado in **t**

Attenzione! Questa sostituzione è possibile **solo** se l'esponente di grado maggiore è il doppio dell'esponente con grado minore.

N.B. ***una volta risolta dobbiamo ricondurci alla variabile x, ponendo***

$$x^n=t_1$$
$$x^n=t_2$$

EQUAZIONI DI GRADO > 2

3. Casi particolari

$$8x^6+15x^3-2=0$$

$$t=x^3$$

$$8t^2+15t-2=0 \Rightarrow t_{1,2}=\frac{-15\pm 17}{16} \Rightarrow t_1=\frac{1}{8},\, t_2=-2$$

Ora torniamo alla variabile **x**

$$x_1^3=t_1=\frac{1}{8} \qquad x_2^3=t_2=-2 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2} \qquad x_2=\sqrt[3]{-2}$$

SchoolEasy

Appunti facili per tutti

www.schooleasy.it

lamatematicapertutti

t.me/schooleasy

info@schooleasy.it

Schooleasy

Equazioni di grado superiore al secondo

$$2x^3 - 10x^2 + 9x + 9 = 0$$

$$8x^6 + 15x^3 - 2 = 0$$