

# SCHOOLEASY

APPUNTI FACILI PER TUTTI



[WWW.SCHOOLEASY.IT](http://WWW.SCHOOLEASY.IT)



[LAMATEMATICAPERTUTTI](https://www.instagram.com/lamaticapertutti)



[T.ME/SCHOOLEASY](https://t.me/schooleasy)



[INFO@SCHOOLEASY.IT](mailto:INFO@SCHOOLEASY.IT)



[SCHOOLEASY](https://www.youtube.com/schooleasy)

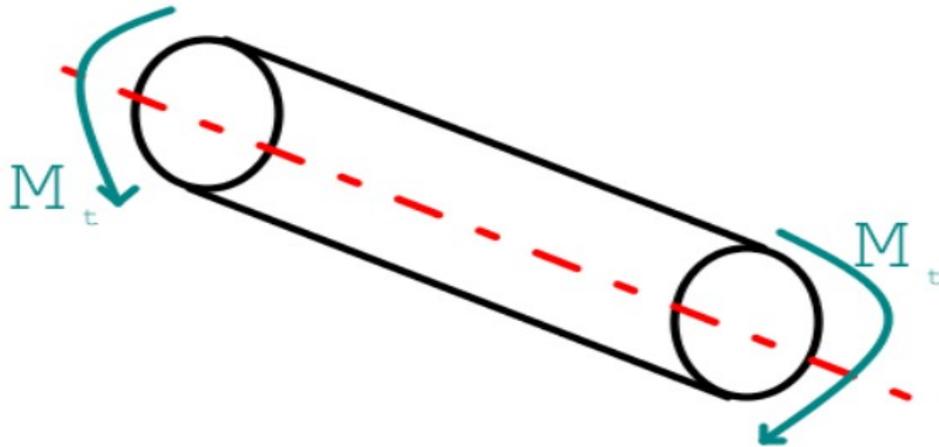
## Prove Meccaniche

-4-

## Torsione

# TORSIONE

Una trave rettilinea è soggetta (sollecitata) a torsione quando le forze esterne possono essere ricondotte ad una coppia risultante  $M_t$



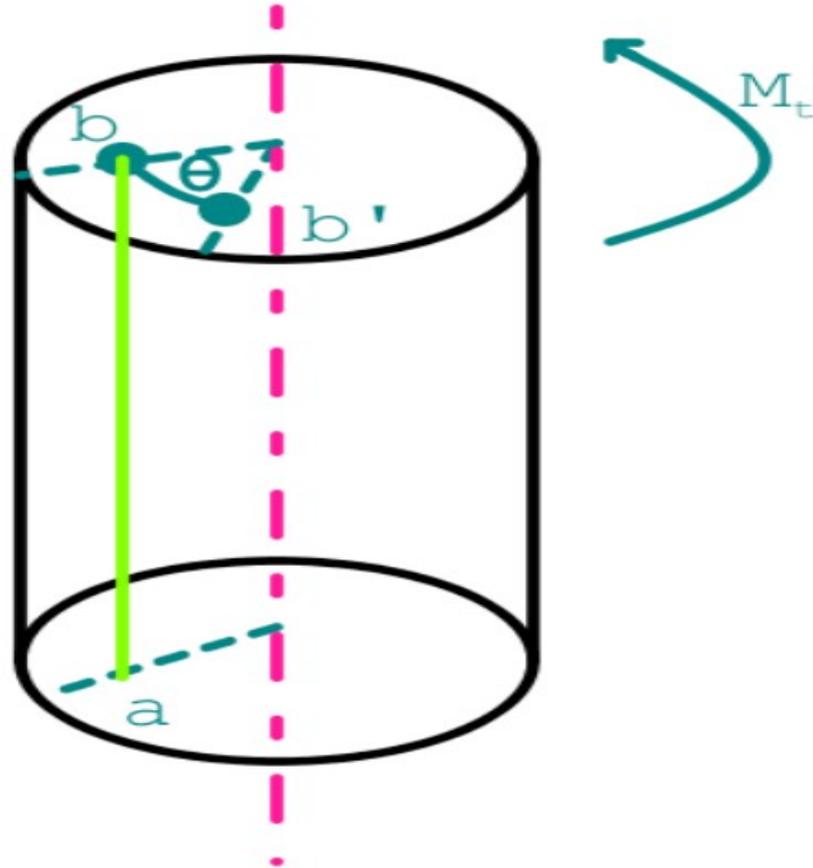
$M_t$  è costante su tutta la lunghezza della trave; se ciò non fosse verificato (quindi differenti momenti torcenti), sarà necessario utilizzare il valor emassimo in fase di dimensionamento

# TORSIONE

Per valutare la deformazione, facciamo riferimento ad un massello soggetto a momento torcente.

La deformazione relativa sarà

$$\gamma = \frac{bb'}{l}$$



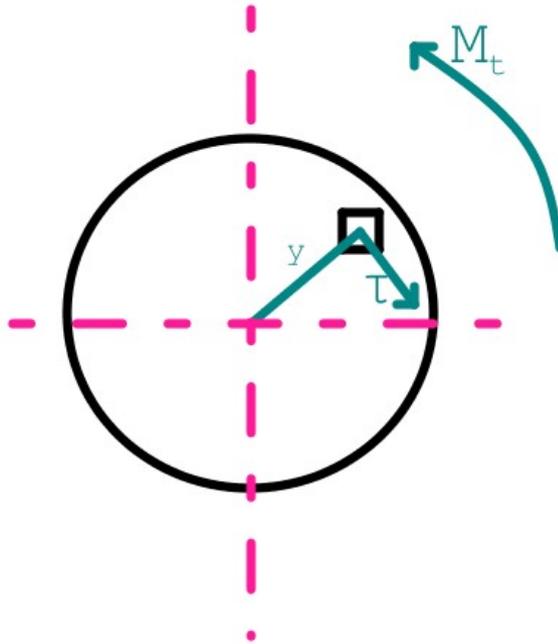
# TORSIONE

Deformazione relativa  $\gamma = \frac{bb'}{l}$

Possiamo esprimere  $bb'$   
anche come

$$bb' = y \cdot \Theta$$

dove  $\Theta$  è l'angolo  
compreso tra  $b$  e  $b'$



$$\gamma = y \frac{\Theta}{l}$$

# TORSIONE

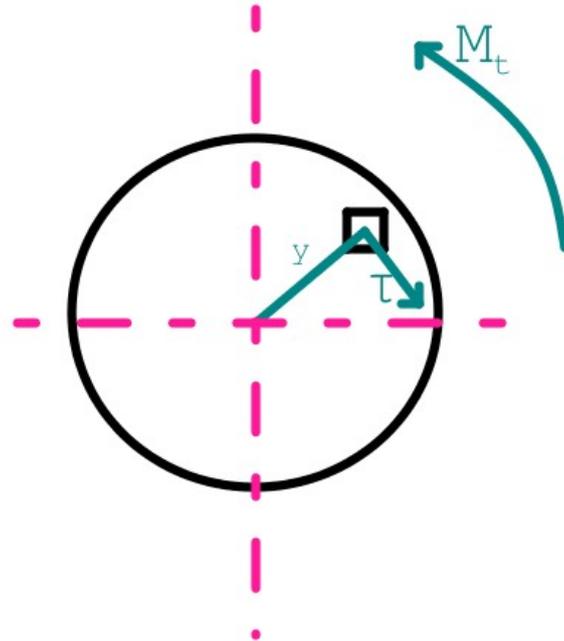
Nella torsione la Legge di Hooke viene modificata introducendo il modulo di elasticità tangenziale  $G$  al posto del già noto  $E$

$$\tau = G\gamma$$

$G$  ed  $E$  sono legati fra di loro tramite il coefficiente di Poisson

$$G = \frac{m}{2m+2} E$$

Per gli acciai:  $G \approx 0.385 E$

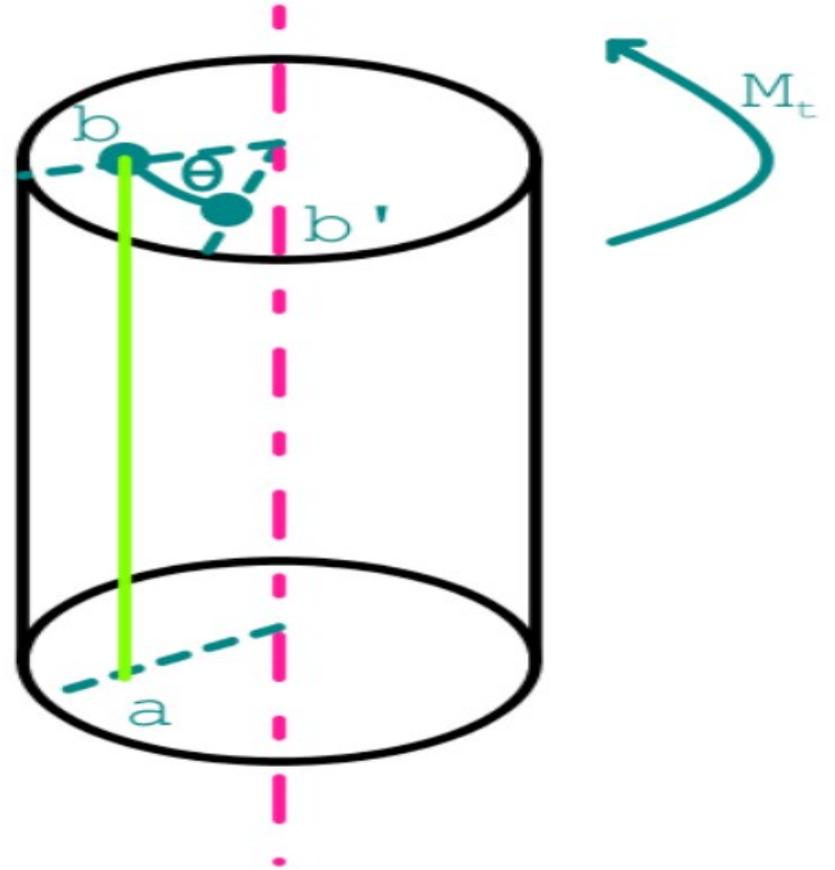


# TORSIONE

L'angolo  $\Theta$  è anche ricavabile per mezzo dell'equazione di deformazione relativa

$$\Theta = \frac{M_t l}{GI_p}$$

dove il momento di inerzia polare  $I_p$  è ricavabile dai manuali e dipende dalla sezione della trave



# TORSIONE

Equazione di stabilità

$$\tau_{\max} = \frac{M_t r}{I_p}$$

$$\frac{M_t}{W_t} \leq \tau_{\text{amm}}$$

$$W_t = \frac{I_p}{r}$$

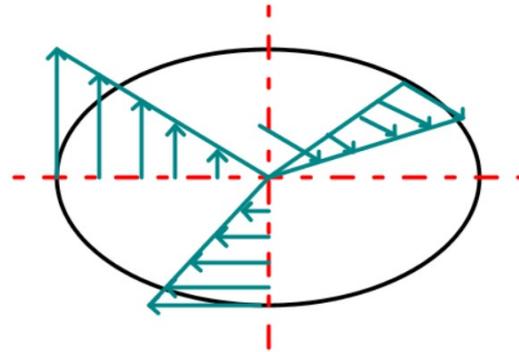
$$\tau_{\text{amm}} = \frac{\sigma_{\text{amm}}}{\sqrt{3}}$$

# TORSIONE

Fino ad ora abbiamo considerato travi di sezione circolare. Cosa succede per altre sezioni?

**Sezione ellittica**

$$\tau = 2 \frac{M_t}{A} \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}}$$



*A* area della sezione  
*x,y* coordinate di un generico punto  
*a* semiasse maggiore  
*b* semiasse minore

# TORSIONE

## Sezione rettangolare

$$\tau_{amm} = z \frac{M_t}{bh^2}$$

z è un coefficiente che dipende dal rapporto h/b

h/b	1,0	1,1	1,2	1,25	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,75	1,8
z	4,804	4,67	4,57	4,52	4,48	4,40	4,33	4,27	4,21	4,18	4,16

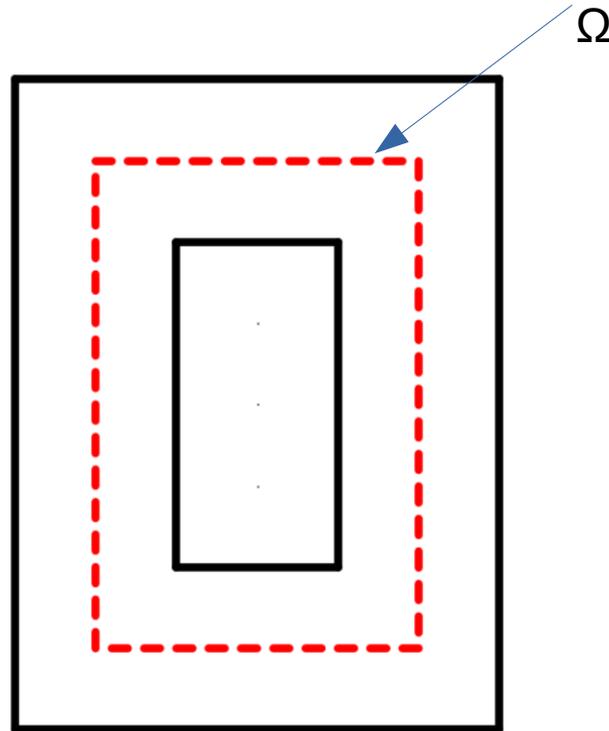
h/b	2,0	2,25	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10	20
z	4,07	3,97	3,88	3,74	3,55	3,43	3,35	3,26	3,20	3,10

# TORSIONE

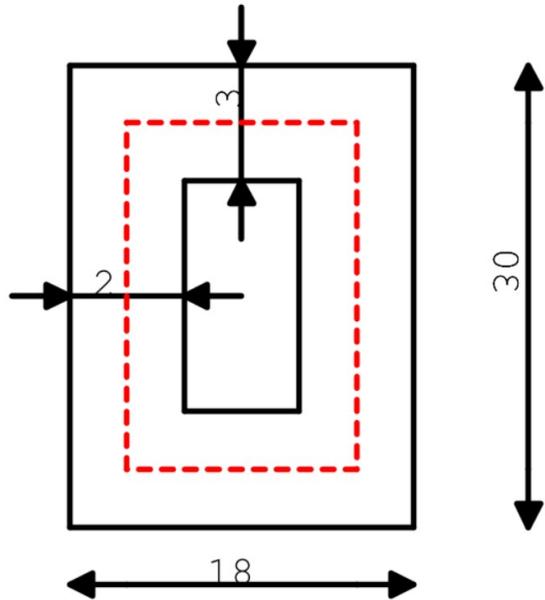
Sezione qualsiasi

Formula di Bredt: 
$$\tau = \frac{M_t}{2s\Omega}$$

$\Omega$  rappresenta l'area racchiusa dal contorno medio della sezione



# TORSIONE



$$\Omega = ?$$

$$\Omega = 18 - (1 + 1) \cdot 30 - (1,5 + 1,5) = 16 \cdot 27 = 432$$

$$M_t = 50000 \text{ Nm}$$

$$s = 15 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{50000 \cdot 10^3}{2 \cdot 43200 \cdot 15} = 38,58 \text{ MPa}$$

# SCHOOLEASY

APPUNTI FACILI PER TUTTI



[WWW.SCHOOLEASY.IT](http://WWW.SCHOOLEASY.IT)



[LAMATEMATICAPERTUTTI](https://www.instagram.com/lamaticapertutti)



[T.ME/SCHOOLEASY](https://t.me/schooleasy)



[INFO@SCHOOLEASY.IT](mailto:INFO@SCHOOLEASY.IT)



[SCHOOLEASY](https://www.youtube.com/schooleasy)

## Prove Meccaniche

-4-

## Torsione